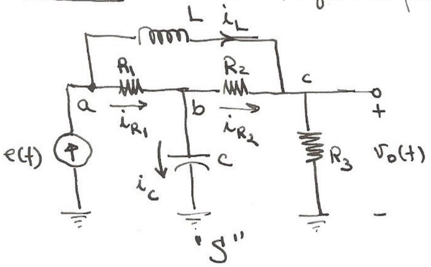
PS2315. Sistemas.
Trimestre Sep-Dic 2011
Dpt. Procesos y Sistemas.
Univ. Simón Bolívar.
Prof. José Ferrer.

Fecha de Entrega:
Viernes 14 de Octubre.

Tarea #3.

Problema 1: Considere el siguiente sistema electrico, en el cual la entrada $u(t) = e(t)$ mientras que la salida $y(t) = v_o(t)$



a) Determine todas la ecuaciones necesarias para expresar o determinar $y(t)$ en términos de $u(t)$ usando el método nodal.

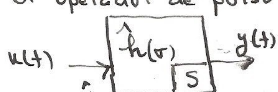
b) Repita (a) pero usando método de lazos.

c) Determine las Ecuación diferencial entrada-salida del sistema

$$D(\sigma)\, y(t) = N(\sigma)\, u(t)$$

con $D, N \in \mathbb{R}[\sigma]$ y $\sigma = \dfrac{d}{dt}$.

d) Encuentre el operador de pulso $\hat{h}(\sigma)$ del sistema.

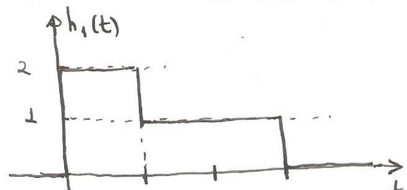


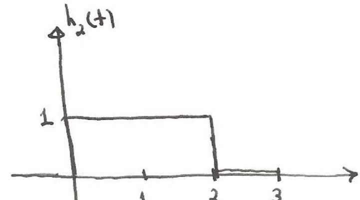
y determine si $\hat{h}(\sigma)$ es propia, estrictamente propia, bipropia o impropia.

e) Si $R_1 = R_2 = 1$, $R_3 = 2$, $L = 1$, $C = 1$.

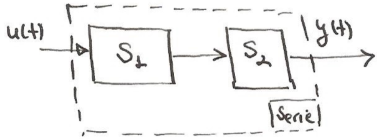
Determine los ceros, polos finitos de $\hat{h}(\sigma)$ y tambien los ceros y polos en ∞ de este.

Problema 2: Se tienen dos sistemas S_1 y S_2 cuyas respuestas al impulso se muestran a continuación:





Si los dos sistemas se conectan en cascada o serie



Determine la respuesta del sistema resultante al escalón; o sea.

$$y_{esc}(t) = S_{serie}(esc(t)).$$

Problema 3: Una señal $f : \mathbb{T} \to K$ se dice ser causal si

$$f(\lambda) \equiv 0 \quad , \quad \lambda < 0 .$$

por lo tanto

$$f(\lambda) = f(\lambda)\, esc(\lambda) \quad , \quad \lambda \in \mathbb{T}.$$

a) La convolución de dos señales f y g está definida por

$$(f * g)(\lambda) = \oint_{\tau \in \mathbb{T}} f(\tau) g(\lambda - \tau)\, \mu(\tau) = \oint_{\tau = -\infty}^{+\infty} f(\tau) g(\lambda - \tau)\, \mu(\tau).$$

Determine como cambian los límites inferior y superior de la suma "generalizada cuando:

- f es causal. y g arbitraria
- f arbitraria y g es causal
- f, g son ambas causales.

b). Demuestre que un sistema Lineal e invariante en el tiempo

con respuesta al impulso $h(\lambda)$, $\lambda \in \mathbb{T}$ es causal si y solo si h es causal

Nota: Debe demostrar dos cosas:

i) S causal $\Rightarrow$ h es causal (Necesidad)

ii) h causal $\Rightarrow$ S es causal (Suficiencia).

Problema 4) Demuestre que si S_1, S_2 son sistemas LIT con respuestas al impulso h_1, h_2

$S_2 \circ S_1$ $\qquad$ $S_1 \circ S_2$ $\qquad$; $\mathbb{T}$ = eje de tiempo Generalizado

tienen la misma respuesta al impulso. (o sea $h_1 * h_2 = h_2 * h_1$)

Problema 4 (continuación).

Suponga ahora que S_1, S_2 son causales y de tiempo continuo. Considere la siguiente interconexión de sistemas

Usando la regla de Leibnitz demuestre que la respuesta al impulso del sistema interconectado

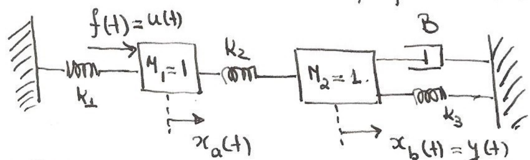
$$\text{Derivador} \circ S_2 \circ S_1 = S_{Total}.$$

tiene como respuesta al impulso.

$$h(t) = \frac{dh_1}{dt} * h_2(t) + h_1(0)\, h_2(t)$$

$$= \frac{dh_2}{dt} * h_1(t) + h_2(0)\, h_1(t)$$

Problema 5: A continuación se presenta un sistema mecánico traslacional



S: entrada $u(t) = f(t)$
salida $y(t) = x_b(t)$.
= posición de masa M_2.

a) Determine la red eléctrica análoga al sistema e identifique las variables asociadas a las masas M_1 y M_2.

b) Usando el método nodal al circuito análogo, determine las ecuaciones nodales del sistema. En este caso,

$$\begin{bmatrix} p_{11}(\sigma) & p_{12}(\sigma) \\ p_{21}(\sigma) & p_{22}(\sigma) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a(t) \\ v_b(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1(\sigma)\, f(t) \\ q_2(\sigma)\, f(t) \end{bmatrix}$$

Ecuaciones fundamentales de S.

donde $p_{ij}(\sigma), q_1(\sigma), q_2(\sigma) \in \mathbb{R}(\sigma)$. (funciones racionales en σ que son función de k_1, k_2, k_3, B, M_1 y M_2)

c) Determine la Ecuación E/S. del sistema

$$D(\sigma)\, y(t) = N(\sigma)\, u(t)$$

$N, D \in \mathbb{R}[\sigma]$. (Aplique Cramer en b).

¡Suerte!